物理の話(6)

山内斉

2018-3-25

Contents

1 はじめに

この会では「わかる物理」をめざす。ここで私の言う「わかる物理」とは，それは簡単だからわかるということではない。より単純で基本的な原理から1 つ1 つ順を追うことでわかるような物理の入門ができたらと思う。物理の言葉を少し話すことができることを目標とする。

また，メモは忘備録のようなもので，全ては示さない。特になぜそういう議論をしたのか，どうしてそのような話をしたのかについての詳細は省くことが多い。たとえば，そもそもなぜ物理の話をするのか，などはそうである。実はそこでの議論こそが本質であり，参加者の間で共有できることはすばらしいと思う。しかし，ここでの

本質の部分というものをメモとして残すのは難しい。このメモでは議論の内容の詳細は省き，結論の概要となっている。

また，このメモはこの会での議論の時間順になっている。たとえばエネルギーの話は何度もでてくることになる。

本日の参加者: 2 名

今回は所用のある方や体調を崩されたかたなどがあり，少人数であった。

2 電池の原理と電池を作る実験

今回はボルタ電池を作って実験をした。この電池でデジタル時計を動かした。

電池の原理と周期表の関係。これもまた世界が原子や分子でできていることからの理解ができる。陽子と電子の話をした。

電極になるアノード，カソードはなぜ違う金属でないといけないのか。また，どうしてボルタ型では液体の電解液が必要なのかの話をした。

今回は電極に亜鉛とアルミニウム，電解液にレモンの絞り汁を使った。

周期表を見て，炭素，シリコン，ゲルマニウムという原子価4 の元素の話をした。共有結合の話やケクレ環の話もした。どうして生命は炭素を使うのか? についての話をした。

よもやまの話としてケクレのヘビの夢の話とニュートンのリンゴの話をした。これらの話は話としては印象に残るが，簡単に何かがわかったような誤解を与えるのではないかという話をした。

3 かけ算と面積と物理

3.1 時刻と速さの図とその図の面積の意味について

時刻をt, ある一定の速さをv とすると距離d は，

$$d = vt$$

である。これで，$t-v$ 図を描くことができ，その面積がd となる。つまり，ある時刻で速さがわかればこの図形を描くことができる。そしてその物体が進んだ距離はその図形の面積である。この面積の意味は速さ一定でなくても変わらず，距離を示す。

この面積をどう計算するか。

1. 速さ一定の時には，長方形の面積
2. 速さが一定に増える時には，3角形の面積
3. 速さがある関数で変化する時にはどうするか
4. 速さが簡単には書けないような場合にはどうするか

という話をした。

面積は方眼紙の上で小さな正方形がいくつあるかを数えることで求まる。その考えで基本的にはどんな図形の面積も求めることができる。ここでは各時刻での速さがわかることから，細かく分けた時刻でできる短冊状の細い長方形の面積を積み重ねて面積を出す方法を考えた。

3.2 時刻と加速度の図とその図の面積の意味について

時刻をt, ある一定の加速度(実は加速度の大きさ) をa とすると速さv は，

$$v \;=\; at$$

である。これで，$t-a$ 図を描くことができ，その面積がv となる。つまり，ある時刻で加速度がわかればこの図形を描くことができる。そしてその物体が速さはその図形の面積である。この面積の意味は加速度一定でなくても変わらず，速さを示す。

この面積をどう計算するか。

1. 加速度一定の時には，長方形の面積
2. 加速度が一定に増える時には，3角形の面積
3. 加速度がある関数で変化する時にはどうするか
4. 加速度が簡単には書けないような場合にはどうするか

という話をした。

面積は方眼紙の上で小さな正方形がいくつあるかを数えることで求まる。その考えで基本的にはどんな図形の面積も求めることができる。ここでは各時刻での加速度さがわかることから，細かく分けた時刻でできる短冊状の細い長方形の面積を積み重ねて面積を出す方法を考えた。

3.3 時刻とシーベルト/y とその図の面積の意味について

時刻をt, 年間あたりのシーベルト数をs とするとシーベルト数S は，

$$S \;=\; st$$

である。これで，$t-$ 図を描くことができ，その面積がS となる。つまり，ある時刻での年間あたりのシーベルト数がわかればこの図形を描くことができる。そして積算したシーベルト数はその図形の面積である。この面積の意味は半減期などで年間あたりシーベルト数が変化しても変わらず，積算のシーベルト数を示す。

この面積をどう計算するか。

1. 年間あたりのシーベルト数一定の時には，長方形の面積
2. 年間あたりのシーベルト数が一定に増える時には，3角形の面積

3. 年間あたりのシーベルト数がある関数で変化する時にはどうするか

4. 年間あたりのシーベルト数が簡単には書けないような場合にはどうするか

という話をした。

面積は方眼紙の上で小さな正方形がいくつあるかを数えることで求まる。その考えで基本的にはどんな図形の面積も求めることができる。ここでは各時刻でのシーベルト/y がわかることから，細かく分けた時刻でできる短冊状の細い長方形の面積を積み重ねて面積を出す方法を考えた。

3.4 熱機関の圧力と体積とその図の面積の意味について

まだ理想気体の話すらしていないため，熱機関の話は頭ごなしになってしまうのであるが，ここでは現象を考える道具の話なので，以下のように了承してもらった。オットーサイクル熱機関(それはなんだという話はなし。そもそも熱機関とは何かの話もガソリンエンジンのようなものというだけ) があるものとして，そのエネルギー(熱機関のエネルギーの話もなし) が状態量図(状態量とは何かの話もなし) における圧力P と体積V によって示されることを認めてもらう。そうすると以下のかけ算がエネルギーに関係するE となる。

$$E = PV$$

これで，$P-V$ 図を描くことができ，その面積がE となる。

この面積をどう計算するか。

1. 一定圧力で体積変化の場合には，長方形の面積

2. 体積に対して一定に圧力が変化する場合には，3角形の面積

3. 上記2 つのことは実は意味がないのだが，ある形の面積が仕事にかかわることを考える。

という話をした。

図形と面積は，熱機関のP-V 図でも同じであり，ここでの面積の意味がある。

面積は方眼紙の上で小さな正方形がいくつあるかを数えることで求まる。その考えで基本的にはどんな図形の面積も求めることができる。ここでは体積における圧力がわかることから，細かく分けた体積区間でできる短冊状の細い長方形の面積を積み重ねて面積を出す方法を考えた。

これを考えると熱機関の効率も計算できる。

3.5 図とその面積の意味について

ここで気がついて欲しいのは，距離，速さ，シーベルト，熱機関など全て同じ考えで理解できることである。それぞれを違うものとして勉強してそれぞれを別のものと思っている人は無駄な勉強をしている。

今回の参加者から，「電力も同じですね。時刻とワット数から電力量がわかる」ということが聞け，とても良かった。まさにその通りであり，電力量も同じである。他にも天気予報や人の移動，またここでの例は時間が多かったが，熱機関の例にみるように時間による必要もない。

3.6 微分法積分法

このように図形を細かく「分け」て，「積み」重ねることで面積を計算する方法は，微分法，積分法と呼ばれる。およそどのような数学のカリキュラムでもたし算かけ算から入り，代数による変数と方程式を学び，微分積分法へと進むのは，微分積分法がこのように物体の速さ，熱機関，核物理，気象学，電磁気学などなどの多くの理解に使えるからである。特に物理の1 つの目的は「未来を予測」することであり，それは現状の微小な変化を観測し(微分法)，それを積み重ねる(積分法)ことで未来を予測することができるからである。

「微分積分学はこういう意味だとは聞いたことがなかった。」という感想があったが，それはちょっと不思議である。なぜ微分法積分法をするのか。それは多くの物理学の問題がこの方法たった1 つで解けるからであり，そして物理学の働く範囲での未来を予測することができるからである。このたった1 つの方法で多数の問題が解ける方法を学ばない手はない。しかも，まだ誰も解いたことのない問題でもこの方法で解ける可能性がある。この方法，これは思考の道具でもあり，その意味で言葉でもあるが，これを学ばなければ少なくとも現代の物理学を理解するのはかなり困難であろうと私は思う。しかしそれはなんのことはない，かけ算の深い理解であり，面積の深い理解である。

カーンアカデミーではかけ算を知っていると思っている人は沢山いるが，それは九九を覚えているだけで本当にその意味がわかっているのか考えてみようという話がある。あなたはかけ算を本当にわかっているだろうか?

3.7 エネルギー

エネルギー(J) の定義を思い出すと，これもかけ算で定義されていた。つまりこの方法はエネルギーの計算にも使える。今後はこの話もしていこうかと思う。

3.8 補足1: 連続性と無限

今回は微分法積分法が物理のどういう所にでてくるかを紹介したが，ここまでの導入の話の全てで使えると思ってもかまわないだろう。しかし使えない場合もある。これまで多数の天才が微分積分を研究してきたが，その時に必ずいつどこで使えるのか，いつどこで使えないのかが長いこと議論されてきている。優れた学問の探求者はその限界と弱点をも当然知っている。

今回の話では，面積は離散値としてまず導入し，それが連続量となることについて，厳密な議論をしなかったが，グラフを書いてそれぞれの点は計算できるが，その間を線でつなぐことには抵抗はないか? と尋ねた。線でつなぐということは，どんなに細かくみてもその間につながりがあるということである。原子にも大きさがかがり，

それよりもずっと小さな場合の世界でも，そこにつながりを描くことに意味があるのか? そこに抵抗はないのか? ということであるが，直感的に大丈夫ということであった。

本来はそれをも疑う必要がある。線をひいてその線がつながっていると本当に言えるのか。そう見えるかもしれないが，どんどん拡大していけば，原子の状況では実は離れている。そんな現実の世界なのに，このグラフを描くという時に，つながっていると見ていいのか?

ここは連続性という面白い議論であり，私としてはその話をもう少ししたいのだが，物理の話の枠では少し離れてしまう可能性があり，ここまでにした。

ここにはまた無限が出てくる。ゼノンのパラドックスであるアキレスと亀と矢と移動の話をして，「無限は有限の中に存在できる」という一見矛盾するようなことについてもいくらか議論をした。積分法は無限が有限の中にあるということを基礎にしてできているので，もう少しこの話もしてみたい。

3.9 補足2: 面積図について

ここでは言わなかったが，ここでの面積の考えはある意味素朴な定義であり，これ以上はふみこまないことにする。(興味ある人は「ジョルダン測度」「面積の定義」などを調べてみるのも良いだろう。)

4 本日の終わりに

電池を作る実験をして，原子と分子の話と周期表との関係の話をした。

かけ算と面積の話から，微分法積分法とは何かについて少し話をした。それらが様々な物理学の計算に使えることも話をした。

4.1 次回について

今回は参加者が少なかったので，この話を繰り返すことになるかもしれない。しかし，かけ算もエネルギーも物理を語る上では基礎なのでいろんな方面から話をするのは良いだろうと思う。